

Spis treści

1. Wstęp – funkcje wielu zmiennych	13
2. Pojęcia i definicje	18
2.1. Pochodna kierunkowa	18
2.2. Gradient	19
2.3. Jakobian	22
2.4. Hesjan	22
2.5. Norma	22
2.6. Wzór Taylora	22
2.7. Forma kwadratowa	23
2.8. Gradient formy kwadratowej	24
2.9. Wypukłość	24
2.10. Warunek konieczny minimum funkcji pierwszego rzędu	25
2.11. Warunek konieczny minimum funkcji drugiego rzędu	26
2.12. Warunek wystarczający minimum funkcji drugiego rzędu	26
2.13. Wzór Taylora funkcji dwóch zmiennych	28
2.14. Ekstremum funkcji dwóch zmiennych	29
2.14.1. Warunki konieczne istnienia ekstremum	30
2.14.2. Warunek dostateczny istnienia ekstremum	30
2.15. Wektory własne i wartości własne	31
3. Funkcje	32
3.1. Funkcja De Jonga	34
3.2. Funkcja Rosenbrocka	35
3.3. Funkcja Rastrigina	36
3.4. Funkcja Schwefela	37
3.5. Funkcja Griewanka	38
3.6. Funkcja wykładnicza	39
3.7. Funkcja Ackleya	40
3.8. Funkcja Langermanna	41
3.9. Funkcja Michalewicza	42
3.10. Funkcja Branina	43
3.11. Funkcja Easoma	44

3.12.	Funkcja Goldsteina–Price’a	45
3.13.	Funkcja <i>six-hump camel back</i>	46
3.14.	Funkcja <i>fifth function of De Jong</i>	47
3.15.	Funkcja <i>drop wave</i>	48
3.16.	Funkcja Shuberta	49
3.17.	Funkcja Shekela	50
3.18.	Funkcja Bohachevsky’ego	52
4.	Błędy zaokrąglenia w koprocesorze	54
4.1.	Dokładność w zapisie liczb rzeczywistych	54
4.2.	Rejestry koprocesora	56
4.2.1.	<i>Round-off error</i> w koprocesorze	56
5.	Metoda interpolacji funkcją kwadratową	60
5.1.	Model matematyczny	61
5.2.	Etap algorytmu	61
5.2.1.	Etap roboczy	62
5.2.2.	Kryterium stopu	62
5.3.	Przykład dwuwymiarowy	62
5.3.1.	Rozwiązanie analityczne	63
5.3.2.	Rozwiązanie numeryczne	63
5.4.	Podejście statystyczne	64
5.5.	Implementacja w środowisku Matlab	67
5.6.	Uwagi	68
6.	Metoda ortogonalizacji Grama–Schmidta	69
6.1.	Ortogonalizacja wektorów	69
6.2.	Ortonormalizacja wektorów	70
6.3.	Ortogonalizacja zbioru funkcji	70
6.4.	Przykłady analityczne	71
6.4.1.	Ortogonalizacja wektorów	71
6.4.2.	Ortonormalizacja wektorów	72
6.4.3.	Ortogonalizacja zbioru funkcji	72
6.5.	Implementacja w Matlabie	74
6.5.1.	Ortogonalizacja wektorów	74
6.5.2.	Ortonormalizacja wektorów	74
6.5.3.	Ortogonalizacja zbioru funkcji	75
6.6.	Obliczenia numeryczne	75
6.6.1.	Ortogonalizacja wektorów	75
6.6.2.	Ortonormalizacja wektorów	76
6.6.3.	Ortogonalizacja zbioru funkcji	76
7.	Metoda największego spadku	77
7.1.	Algorytm największego spadku	78
7.1.1.	Przykład	79
7.2.	Metoda Jakobiego	79
7.3.	Metoda największego spadku – przykład 1	80
7.3.1.	Program optymalizacji	81
7.3.2.	Funkcja kosztu	81

7.3.3.	Znalezione rozwiązanie	81
7.4.	Metody największego spadku – przykład 2	82
7.4.1.	Algorytm	83
7.4.2.	Rozwiązanie analityczne	83
7.4.3.	Rozwiązanie numeryczne	84
7.5.	Implementacja w Matlabie	88
7.6.	Problem znajdowania minimum globalnego	89
7.6.1.	Funkcja <i>algorytmGen</i>	89
7.6.2.	Funkcja gradientu	90
7.6.3.	Funkcja celu	90
7.7.	Podsumowanie	90
8.	Metoda Powella	92
8.1.	Pierwszy wariant metody Powella (P1)	92
8.2.	Drugi wariant metody Powella (P2)	93
8.3.	Minimalizacja w kierunku metodą aproksymacji kwadratowej	93
8.4.	Optymalizacja funkcji Langermanna	94
8.4.1.	Etap wstępny	94
8.4.2.	Minimalizacja w kierunku $d_2 = [0, 1]$	96
8.4.3.	Iteracja 1, etap 1	97
8.4.4.	Iteracja 1, etap 2 – minimum w drugim kierunku bazowym	98
8.4.5.	Iteracja 1, etap 3 – utworzenie kierunku sprzężonego	99
8.4.6.	Iteracja 2, etap 1 – minimalizacja po pierwszym kierunku bazowym	100
8.4.7.	Iteracja 2, etap 2 – minimalizacja po drugim kierunku bazowym	101
8.4.8.	Iteracja 2, etap 3 – utworzenie kierunku sprzężonego	101
8.4.9.	Iteracja 5, etap 2 – minimalizacja po drugim kierunku bazowym	102
8.5.	Projekt interfejsu graficznego do optymalizacji	103
8.5.1.	Funkcja <i>powell</i>	105
8.5.2.	Funkcja <i>langermann</i>	106
8.5.3.	Funkcja <i>p1global</i>	107
8.5.4.	Funkcja <i>p1fast</i>	108
8.5.5.	Funkcja <i>p2fast</i>	109
8.5.6.	Funkcja <i>apkwa</i>	110
8.5.7.	Funkcja <i>gui</i>	112
8.6.	Podsumowanie	119
9.	Metoda Davidona	121
9.1.	Opis metody	121
9.2.	Algorytm Davidona dla funkcji kwadratowej	122
9.3.	Algorytm	125
9.4.	Przykład	126
9.5.	Porównanie metod zmiennej metryki	129
9.6.	Podsumowanie	130
10.	Metoda Pearsona	131
10.1.	Opis metody	131
10.2.	Algorytmy Pearsona	133
10.3.	Implementacja w środowisku Matlab	136
10.3.1.	Funkcja <i>gradient</i>	136

10.3.2.	Funkcja <i>wartosc</i>	136
10.3.3.	Funkcja <i>pearson1</i>	136
10.3.4.	Funkcja <i>pearson2</i>	137
10.3.5.	Funkcja <i>pearson4</i>	137
10.4.	Poszukiwanie minimum funkcji Griewanka	137
10.4.1.	Wariant PE1	137
10.4.2.	Plik <i>main</i>	138
11.	Metoda Newtona–Rapsona	140
11.1.	Algorytm	140
11.2.	Implementacja algorytmu w Matlabie	140
11.2.1.	Minimalizowana funkcja	140
11.2.2.	Pochodne funkcji	141
11.2.3.	Drugie pochodne funkcji	141
11.2.4.	Kod programu	141
11.3.	Zastosowanie programu	142
11.4.	Podsumowanie	143
12.	Metoda Fletchera–Reevesa	144
12.1.	Opis metody	144
12.2.	Metoda Fletchera–Reevesa funkcji kwadratowej	145
12.2.1.	Kryterium zbieżności	146
12.3.	Przykład analityczny	146
12.4.	Program w Matlabie	149
12.4.1.	Funkcja <i>gradie</i>	149
12.4.2.	Funkcja <i>kierun</i>	150
12.4.3.	Funkcja Fletchera–Reevesa	150
12.4.4.	Funkcja w wersji Polaka–Ribiere’a	150
12.5.	Podsumowanie	151
13.	Metoda Levenberga–Marquardta	152
13.1.	Opis metody	152
13.1.1.	Implementacja metody	154
13.1.2.	Kod w Matlabie	155
13.1.3.	Wyniki – regularne punkty pomiarowe	158
13.1.4.	Wyniki – regularne punkty pomiarowe, zbieżność do minimum lokalnego	158
13.1.5.	Wyniki – regularne punkty pomiarowe z dodanym szumem	159
13.1.6.	Wyniki – nieregularne punkty pomiarowe bez szumu	159
13.1.7.	Nieregularne punkty pomiarowe z dodanym szumem	160
13.2.	Podsumowanie	160
14.	Metoda Hooke’a–Jeevesa	161
14.1.	Algorytm metody	161
14.2.	Przykład optymalizacji funkcji De Jonga	162
14.3.	Implementacja algorytmu w środowisku Matlab	166
14.4.	Kod ANSI C	167
15.	Metoda Rosenbrocka	171
15.1.	Algorytm metody	172
15.1.1.	Wybór długości kroku	172

15.1.2.	Wybór kierunków	173
15.2.	Program w Matlabie	173
15.2.1.	Zmienne występujące w programie	174
15.2.2.	Poszukiwanie minimum lokalnego wzdłuż kierunku	174
15.2.3.	Ortogonalizacja bazy	175
15.2.4.	Kod programu	175
15.2.5.	Wyniki	177
15.3.	Przykład analityczny	178
15.4.	Podsumowanie	181
16.	Metoda Neldera–Meada	182
16.1.	Algorytm metody	182
16.1.1.	Dane wejściowe	183
16.1.2.	Podstawy algorytmu	183
16.1.3.	Odbicie	184
16.1.4.	Ekspansja	185
16.1.5.	Kontrakcja	185
16.1.6.	Kryteria stopu	186
16.2.	Zastosowanie metody Neldera–Meada w funkcji De Jonga	187
16.3.	Implementacja metody w Matlabie	195
16.3.1.	Obliczenie wartości funkcji De Jonga	195
16.3.2.	Sortowanie punktów tworzących sympleks	195
16.3.3.	Obliczenie rozmiaru sympleksu	195
16.3.4.	Algorytm Neldera–Meada	195
16.4.	Podsumowanie	196
17.	Metoda Gaussa–Seidla	198
17.1.	Zbieżność metody	198
17.2.	Algorytm metody	199
17.3.	Przykład optymalizacji metodą Gaussa–Seidla	200
17.3.1.	Poszukiwanie pierwiastków wielomianu trzeciego stopnia	200
17.3.2.	Obliczenia	202
17.4.	Program w Matlabie	203
17.4.1.	Kod programu	204
17.4.2.	Przedstawienie wyników	205
17.5.	Podsumowanie	207
18.	Metoda Daviesa–Swanna–Campeya	208
18.1.	Algorytm Daviesa–Swanna–Campeya	208
18.1.1.	Kryterium zbieżności	209
18.1.2.	Algorytm poszukiwania na kierunku	209
18.1.3.	Wyznaczanie przedziału zawierającego minimum	209
18.1.4.	Metoda interpolacji kwadratowej	210
18.1.5.	Algorytm obrotu współrzędnych	211
18.1.6.	Niepowodzenie algorytmu obrotu współrzędnych	211
18.2.	Algorytmu DSC dla funkcji Michalewicz	212
18.2.1.	Warunki początkowe	212
18.2.2.	Obliczenia	213
18.2.3.	Wyniki	224

18.3.	Opis funkcji w Matlabie	225
18.3.1.	Funkcja <i>dsc</i>	226
18.3.2.	Funkcja <i>dsc1</i>	227
18.3.3.	Funkcja <i>ekspan</i>	227
18.3.4.	Funkcja <i>koszt</i>	229
18.3.5.	Funkcja <i>prostal</i>	229
18.3.6.	Funkcja <i>zlopod</i>	230
18.3.7.	Funkcja <i>apropa</i>	231
18.3.8.	Funkcja <i>zmiana</i>	232
18.4.	Uruchomienie programu	233
18.4.1.	Wykres kroków algorytmu	234
18.5.	Podsumowanie	234
19.	Metoda Carrolla	235
19.1.	Opis metody	235
19.1.1.	Dobór wartości początkowej współczynnika przybliżeń	236
19.1.2.	Poszukiwanie ekstremum funkcji metodą CRST	236
19.2.	Przykład analityczny dla funkcji Branina	236
19.3.	Poszukiwanie ekstremum funkcji	237
20.	Metoda Schmita–Foxa	241
20.1.	Opis metody	241
20.2.	Algorytm w ogólnej postaci	242
20.2.1.	Przykład z funkcją kwadratową	243
20.2.2.	Przykład z funkcją Rosenbrocka	243
20.3.	Obliczenia analityczne, przebieg algorytmu	244
20.4.	Przykład w środowisku Matlab	248
20.4.1.	Funkcja <i>optymalizuj</i>	250
20.4.2.	Funkcja <i>gradient_sprzezony</i>	251
20.4.3.	Funkcja <i>zloty_podzial</i>	252
20.4.4.	Funkcja <i>P</i>	253
20.4.5.	Funkcja <i>g</i>	253
20.5.	Podsumowanie	254
21.	Metoda Lagrange’a	255
21.1.	Opis metody	255
21.2.	Zagadnienie Lagrange’a	257
21.3.	Funkcja Lagrange’a	257
21.4.	Przykład	259
21.5.	Podsumowanie	260
22.	Warunki Kuhna–Tuckera	261
22.1.	Zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami	261
22.2.	Pojęcia oraz własności zbiorów i funkcji dla ZPN	262
22.2.1.	Funkcja wypukła	262
22.2.2.	Funkcja wypukła różniczkowalna	262
22.2.3.	Funkcja quasi-wypukła	262
22.2.4.	Funkcja pseudowypukła	263
22.2.5.	Kierunek dopuszczalny	264

22.3. Warunki konieczne i wystarczające otrzymania optymalnego rozwiązania zadania programowania nieliniowego	265
22.3.1. Twierdzenie o warunkach koniecznych istnienia rozwiązania ZPN	265
22.3.2. Twierdzenie Kuhna–Tuckera	268
22.3.3. Twierdzenie o warunkach wystarczających otrzymania optymalnego rozwiązania ZPN	268
22.4. Przykład 2 w środowisku Matlab	271
22.5. Sformułowanie warunków Kuhna–Tuckera za pomocą funkcji Lagrange’a	273
22.6. Sformułowanie warunków Kuhna–Tuckera	274
23. Metoda SVM	275
23.1. Liniowa metoda SVM	275
23.1.1. Optymalna hiperpłaszczyzna dyskryminująca	277
23.1.2. Przykład analityczny	278
23.1.3. Rozwiązanie problemu za pomocą programu	280
23.2. Liniowe SVM z elastycznym marginesem	282
23.3. Nieliniowe metody SVM	284
23.3.1. Przykład działania klasyfikatora nieliniowego	284
23.3.2. Funkcje jądrowe	285
23.3.3. Program dla nieliniowych metod SVM	286
23.4. Przykłady klasyfikacji metodą SVM	286
23.4.1. Przykład 1	288
23.4.2. Przykład 2	290
24. Metoda optymalizacji dla sekwencji funkcji liniowych i nieliniowych	293
24.1. Opis metody	293
24.2. Problem optymalizacji dla sekwencji funkcji liniowych	294
24.3. Nieliniowy czas trwania operacji	295
24.3.1. Przykład	296
Bibliografia	299