

Spis treści

Wstęp	7
1 Pojęcie funkcji	9
1.1 Podstawowe definicje	9
1.2 Własności wykresu funkcji	11
1.2.1 Funkcja odwrotna	12
1.2.2 Parzystość i nieparzystość funkcji	13
1.2.3 Funkcja okresowa	15
1.3 Monotoniczność funkcji	16
1.4 Wypukłość funkcji	18
1.5 Przegląd funkcji elementarnych	19
1.5.1 Wielomian i funkcja wymierna	19
1.5.2 Funkcja potęgowa	20
1.5.3 Funkcja wykładnicza	21
1.5.4 Funkcja logarymiczna	22
1.5.5 Funkcje trygonometryczne	22
1.5.6 Funkcje cyklometryczne	24
1.6 Złożenie funkcji i funkcje elementarne	26
1.7 Zadania	28
2 Granica funkcji	32
2.1 Definicja granicy według Cauchy'ego	32
2.2 Granica w ∞ i $-\infty$	36
2.3 Definicja granicy według Heinego	37
2.4 Działania na granicach	39
2.5 Działania na nieskończonościach	42
2.5.1 Granice funkcji wymiernych	44
2.5.2 Granice funkcji pierwiastkowych	45
2.5.3 Granice typu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ oraz $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$	47
2.5.4 Granice typu $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$	49
2.5.5 Twierdzenie o dwóch i trzech funkcjach	50
2.6 Asymptoty funkcji	52
2.7 Zadania	56

3	Ciągłość funkcji	62
3.1	Definicja ciągłości	62
3.2	Twierdzenia o funkcjach ciągłych	69
3.2.1	Twierdzenie Weierstrassa	69
3.2.2	Twierdzenie Darboux	70
3.3	Zadania	72
4	Pochodna funkcji	75
4.1	Iloraz różnicowy	75
4.1.1	Interpretacja geometryczna ilorazu różnicowego	76
4.2	Definicja pochodnej	76
4.2.1	Interpretacja geometryczna pochodnej	77
4.2.2	Pochodne funkcji elementarnych	78
4.2.3	Pochodne wyższych rzędów	83
4.3	Twierdzenia dotyczące pochodnych	84
4.3.1	Twierdzenie Rolle'a	84
4.3.2	Twierdzenie Lagrange'a	87
4.3.3	Różniczka funkcji jednej zmiennej	88
4.4	Twierdzenie de l'Hospitala	90
4.5	Wzór Taylora i Maclaurina	94
4.5.1	Zastosowania wzoru Taylora	96
4.6	Zadania	99
5	Badanie przebiegu zmienności funkcji	108
5.1	Ekstremum i monotoniczność funkcji	108
5.2	Punkty przegięcia i przedziały wypukłości	111
5.3	Badanie przebiegu zmienności funkcji	113
5.4	Zadania	125
6	Interpretacja ekonomiczna pochodnej	129
6.1	Podstawowe definicje	129
6.2	Podstawowe funkcje w ekonomii	130
6.2.1	Koszty, przychód, zysk	130
6.2.2	Funkcja produkcji	131
6.2.3	Funkcja popytu i podaży	132
6.2.4	Konsumpcja i oszczędności	133
6.2.5	Funkcja użyteczności	133
6.3	Elastyczność funkcji	133
6.3.1	Wybrane rodzaje elastyczności	134
6.3.2	Formuła Amoroso – Robinsona	136
6.4	Funkcje Törnquista	137
6.5	Funkcja trendu	140
6.6	Zadania	142

7	Funkcje wielu zmiennych	153
7.1	Płaszczyzna \mathbb{R}^2	153
7.2	Ciąg i granica ciągu w przestrzeni \mathbb{R}^2	155
7.3	Granica i ciągłość funkcji w przestrzeni \mathbb{R}^2	156
7.4	Rachunek różniczkowy	159
7.4.1	Różniczkowalność i pochodne cząstkowe	159
7.4.2	Gradient i pochodna kierunkowa	162
7.4.3	Różniczka funkcji dwóch zmiennych	164
7.4.4	Pochodne cząstkowe wyższych rzędów	166
7.5	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych	167
7.6	Funkcje uwikłane jednej zmiennej	174
7.6.1	Definicja i istnienie funkcji uwikłanej	174
7.6.2	Ekstrema funkcji uwikłanych	174
7.7	Ekstrema warunkowe	177
7.8	Wartość największa i najmniejsza	182
7.9	Zadania	189
8	Zastosowania ekonomiczne	199
8.1	Relacja preferencji konsumenta	199
8.2	Funkcja użyteczności	202
8.2.1	Prawo Gossena	203
8.3	Funkcja popytu konsumenta	205
8.4	Funkcje produkcji	207
8.4.1	Dwuargumentowe funkcje produkcji	208
8.5	Zadania	211
9	Całka nieoznaczona	214
9.1	Definicja i podstawowe własności	214
9.2	Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie	217
9.3	Całkowanie przez części	221
9.4	Całkowanie funkcji wymiernych	224
9.4.1	Całkowanie funkcji postaci $y = \frac{A}{ax+b}$	225
9.4.2	Całkowanie funkcji postaci $y = \frac{A}{ax^2+bx+c}$	225
9.4.3	Całkowanie funkcji postaci $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$	231
9.4.4	Całkowanie funkcji postaci $\int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx$	232
9.5	Zadania	236
10	Całka oznaczona	241
10.1	Podstawowe pojęcia i definicje	241
10.2	Interpretacja geometryczna całki oznaczonej	244
10.3	Zadania	253

11 Całka niewłaściwa	256
11.1 Całka z funkcji nieograniczonej	256
11.2 Całka w przedziale nieograniczonym	260
11.3 Całka niewłaściwa a pole powierzchni	262
11.4 Zadania	266
12 Ekonomiczne zastosowanie całki	268
12.1 Ekonomiczna interpretacja całki oznaczonej	268
12.2 Strumień kapitału o oprocentowaniu ciągłym	270
12.3 Zadania	270
Literatura	273