

Spis treści

Słowo wstępne	7
1. Elementy kombinatoryki	9
1.1. Permutacje bez powtórzeń	9
1.2. Permutacje z powtarzaniem	12
1.3. Kombinacje bez powtarzania	13
1.4. Kombinacje z powtarzaniem	14
1.5. Wariacje bez powtarzania	15
1.6. Wariacje z powtarzaniem	15
2. Wyznaczniki i równania liniowe	17
2.1. Wyzaczniki	17
2.2. Minor wyznacznika macierzy A	21
2.3. Dopełnienie algebraiczne	21
2.4. Wektorowe ujęcie wyznacznika	23
2.5. Interpretacja geometryczna wyznacznika	24
2.6. Algebra Grassmanna	24
2.7. Mnożenie wyznaczników	26
2.8. Dopełnienie algebraiczne minora	27
2.9. Metoda kondensacji (metoda obliczania wyznacznika)	29
2.10. Zależność liniowa wektorów	30
2.11. Rząd macierzy	31
2.12. Rozwiązanie układu równań liniowych	32
2.13. Blokowe obliczanie wyznaczników	42
2.14. Pochodna wyznacznika	43
2.15. Wyznacznik Vandermonde'a	44
2.16. Uogólniony wyznacznik Vandermonde'a	46
2.17. Wyznacznik cykliczny	47
2.18. Równania rekurencyjne liniowe jednorodne	49
2.19. Równania różnicowe liniowe niejednorodne	53
2.20. Wyznacznik trójprzekątniowy Jacobiego	54
2.21. Rugownik	56
2.22. Wyróżnik wielomianu	62

3. Algebra macierzy i przekształcenia liniowe	64
3.1. Macierz	64
3.2. Równość macierzy	64
3.3. Dodawanie macierzy	64
3.4. Mnożenie macierzy przez liczbę	65
3.5. Mnożenie macierzy przez macierz	65
3.6. Łączność mnożenia	66
3.7. Rozdzielność mnożenia względem dodawania	67
3.8. Macierz jednostkowa	68
3.9. Przekształcenie liniowe	68
3.10. Iloczyn skalarny	72
3.11. Wektory ortogonalne	73
3.12. Długość wektora	73
3.13. Iloczyn diadyczny	74
3.14. Macierz trójkątna	75
3.15. Macierz skalarna	80
3.16. Macierz diagonalna	81
3.17. Własności macierzy transponowanych	81
3.18. Potęgi macierzy kwadratowych	81
3.19. Macierz dołączona i macierz odwrotna	83
3.20. Dzielenie macierzy przez siebie	84
3.21. Macierze symetryczne	84
3.22. Macierze skośnosymetryczne	85
3.23. Macierze sprzężone	85
3.24. Macierze hermitowskie	85
3.25. Macierze skośnohermitowskie	86
3.26. Odwrotność macierzy trójkątnej	86
3.27. Macierze permutacyjne	87
3.28. Macierze ortogonalne	88
3.29. Przekształcenie liniowe i ortogonalne	89
3.30. Macierze unitarne	90
3.31. Oszacowanie rzędu sumy oraz iloczynu macierzy	91
3.32. Twierdzenia dotyczące rzędu macierzy	93
3.33. Blokowe mnożenie macierzy	93
3.34. Przekształcenia elementarne na macierzach	95
3.35. Macierze równoważne	97
3.36. Macierze rzędu r	100
3.37. Wyznacznik Grama	102
3.38. Rozkład wektora x na składowe ortogonalne do siebie	105

4. Teoria macierzy	109
4.1. Macierze wielomianów	109
4.2. Dzielniki elementarne	115
4.3. Równanie charakterystyczne	117
4.4. Macierz wielomianów jako wielomian jednej zmiennej o współczynnikach macierzowych	118
4.5. Podobieństwo macierzy	119
4.6. Macierz towarzysząca (macierz Frobeniusa)	122
4.7. Postać kanoniczna wymierna (Frobeniusa)	122
4.8. Druga postać kanoniczna normalna	126
4.9. Macierz Jordana	126
4.10. Postać kanoniczna Jordana	126
4.11. Twierdzenie Hamiltona–Cayleya	131
4.12. Wielomian minimalny	133
4.13. Macierz normalna	135
4.14. Macierze unitarnie podobne	135
4.15. Twierdzenia o wartościach i wektorach własnych	140
4.16. Wektory pierwiastkowe (główne)	148
4.17. Interpretacja geometryczna	153
4.18. Wartości własne macierzy A^n	155
4.19. Wartości własne macierzy A^{-1}	155
5. Elementy analizy macierzowej i rachunku wektorowego	156
5.1. Funkcje od macierzy (wielomiany interpolacyjne)	156
5.2. Druga postać wielomianu interpolacyjnego Hermite’a–Sylwestera	161
5.3. Szeregi macierzowe	163
5.4. Własności funkcji od macierzy	165
5.5. Dojście do wielomianu interpolacyjnego z szeregów	170
5.6. Zastosowanie rachunku macierzowego do równań różniczkowych	173
5.7. Pochodna macierzy	176
5.8. Pochodna iloczynu macierzy	177
5.9. Pochodna macierzy odwrotnej	178
5.10. Całkowanie macierzy	179
5.11. Równania różniczkowe liniowe niestacjonarne	180
5.12. Równanie różniczkowe niestacjonarne niejednorodne	184
5.13. Pochodna wektora względem skalarą	187
5.14. Pochodna funkcji skalarnej względem wektora	188
5.15. Pochodna wektora względem wektora (macierz jacobianowa)	188
5.16. Pochodna iloczynu skalarnego względem wektora	189

6. Teoria form kwadratowych	190
6.1. Forma kwadratowa	190
6.2. Forma hermitowska	191
6.3. Formy liniowe	192
6.4. Formy dwuliniowe	192
6.5. Przystawanie macierzy (rzeczywistych)	193
6.6. Przekształcenie liniowe formy kwadratowej	194
6.7. Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznych	195
6.8. Sygnatura formy kwadratowej	200
6.9. Formy określone, półokreślone i nieokreślone	201
6.10. Sprowadzenie formy kwadratowej rzeczywistej do postaci kanonicznej przez przekształcenie liniowe rzeczywiste	203
6.11. Sprowadzenie formy kwadratowej rzeczywistej do postaci kanonicznej przez przekształcenie liniowe (niekoniecznie rzeczywiste)	205
6.12. Interpretacja geometryczna sprowadzania formy kwadratowej do postaci kanonicznej	207
6.13. Postać Jacobiego formy kwadratowej	209
6.14. Warunek konieczny i dostateczny dodatniej określoności formy kwadratowej	211
6.15. Uporządkowanie regularne	213
6.16. Iloraz Reyleigha	213
6.17. Szacowanie wartości własnych	218
7. Normy wektora i macierzy	220
7.1. Norma wektora i norma macierzy	220
7.2. Najważniejsze normy wektorowe	221
7.3. Ważniejsze normy macierzowe	224
7.4. Zgodność i podporządkowanie norm macierzowych	225
7.5. Relacje między normami macierzowymi	226
7.6. Oszacowanie błędu przy rozwiązywaniu równań liniowych	228
Schemat zależności między macierzami różnych typów	229
Spis twierdzeń	231
Indeks rzeczowy	235